# **Programación de trayectorias de proyectiles en 2D utilizando un lenguaje de alto nivel**

| Aralí Mata A01562116 | Carlos González A01566719 | Rafael Muñoz A01187727 |

Se creó una simulación computacional que modela la trayectoria de objetos que podrían ser arrojados por un volcán en caso de que este haga erupción. Esta simulación es necesaria para educar un poco sobre tiro parabólico y principalmente por seguridad, a lo largo de la historia han ocurrido muchos accidentes debido a erupciones volcánicas; al crearla es posible calcular aproximadamente el lugar en donde caerán los objetos, para que de esa manera los poblados cercanos a un volcán sepan la distancia mínima a la que deben permanecer alejados.

Se sabe que cuando se lanza un objeto hacia arriba a cierto ángulo y velocidad, éste va a ser un caso de tiro parabólica. Para saber la forma en que el objeto se mueve es necesario analizarlo con las fórmulas que describen este tiro. Una forma de entender este tiro es tomar dos componentes de cada valor físico que describe el movimiento, los cuales son posición, velocidad y aceleración.

La posición es el lugar que ocupa un cuerpo respecto a un sistema de referencias que se considera fijo. Un ejemplo de ello es cuando se utilizan coordenada para indicar un lugar en la Tierra. En el caso del volcán el tiro parabólico es analizado en dos dimensiones y se utiliza uno de los cuadrantes del plano cartesiano, para saber la posición del objeto se utiliza su posición en el eje de las X y su posición en el eje de las Y.

La velocidad es el cambio de posición de un cuerpo a través del tiempo y ocurre lo mismo que en la posición, en este caso es analizada en dos dimensiones.

La aceleración es el cambio de la velocidad a través del tiempo. De igual forma es analizada en dos dimensiones.

Para modelar la trayectoria del movimiento de los objetos lanzados por el volcán, es necesario conocer el ángulo al que es lanzado, la velocidad a la que es lanzado y a partir de ahí obtener la posición del objeto en distintos puntos y mostrarlo gráficamente. Se sabe que al lanzarlo se tiene una aceleración que únicamente influye en su movimiento en el eje vertical; esta es la aceleración de la gravedad. De igual forma se sabe que en el eje horizontal no influye ninguna aceleración.

En casos realistas es necesario considerar la fricción del aire, por ello, el análisis es realizado con el método numérico Verlet el cual nos ayuda a llegar a una aproximación de la posición de la partícula después de cierto tiempo. Para este se necesita conocer, la densidad del aire, coeficiente de fricción del aire, masa del objeto lanzado y área del objeto que tendrá contacto con el aire. También son necesarios valores anteriores a los iniciales. Para facilitar el uso de las ecuaciones de este método numérico, se define una acumulación de valores constante (b) el cual es el producto de la densidad del aire por el coeficiente de fricción del aire por el área de contacto del objeto con el aire todo eso dividido entre dos.

Debido a que es necesario conocer la posición anterior a la actual para obtener la posición que se está buscando, se necesita calcular la posición anterior a la inicial, la cual únicamente se utilizará en nuestro primer cálculo de la posición buscada.

La cual se calcula con la siguiente fórmula:

En la formula anterior se observa que es necesaria la aceleración.

Con las fórmulas para realizar el método numérico Verlet con fricción, es posible comenzar a programar la simulación. Para ello se le piden al usuario tres datos: velocidad inicial con la que saldrán disparados los objetos, ángulo inicial respecto al eje x, masa del primer objeto, masa del segundo objeto, masa del tercer objeto, altura del volcán y si se considera o no la fricción.

Se declaran algunas constantes que se utilizaran después para realizar los cálculos: gravedad, densidad de una roca volcánica, coeficiente de fricción del aire e incremento en el tiempo (dt).

Se crea un ciclo donde se pregunta el ángulo al que saldrán disparados los objetos y se dejará de ejecutar hasta que el ángulo sea menor a 90 grados y mayor a 0 grados.

Seguido, se crea un ciclo donde se pregunta al usuario si quiere que se tome en cuenta la fricción, mientras la respuesta sea diferente de ‘si’, ‘no’, ‘s’, ‘n’, el ciclo sigue ejecutándose. Dentro se realiza una condición, si el usuario decide que no se toma en cuenta la fricción, el coeficiente de fricción del aire se vuelve 0, si no, esté coeficiente sigue siendo el mismo.

También se crea una función que calcula el área que tiene contacto con el aire, esta recibe como parámetro la masa de un objeto. Dentro calcula el volumen, con este obtiene el radio, con el radio calcula el área y la regresa.

Se crea una variable que guarda el calculo de la densidad del aire con la altitud preguntada. Después se calcula la variable temporal b, para cada objeto.

Posteriormente se define una función, en la cual se realizará el método numérico de Verlet, esta recibe como parámetros: masa de un objeto, gravedad, b, velocidad inicial en y, velocidad inicial en x y dt. Dentro se crean cuatro arreglos dos para guardar las posiciones y dos para guardar las velocidades. Se calcula la aceleración cero y anterior en ***x***y ***y***. Se define la posición actual de ***x*** como 0, la posición actual de ***y*** como la altura del volcán y tiempo como 0. Los valores de velocidad y posición iniciales se guardan en los arreglos creados anteriormente.

Dentro de la función se crea un ciclo que ocurre mientras que la posición en **y** es positiva, dentro del ciclo la variable tiempo se vuelve acumulativa, se le agrega el incremento en el tiempo, se calcula la velocidad en ***x*** y se guarda en el arreglo. Después se realiza una condición para calcular la velocidad en ***y*** dependiendo de la dirección a la que vaya la roca, seguido se agrega la velocidad en y a su arreglo correspondiente. Se calcula la siguiente posición en ***x***, la posición actual que se utilizó para calcularla se guarda en la variable de posición anterior, y la siguiente posición se guarda en la variable de x actual. Se sigue el mismo proceso para las posiciones en ***y*** y las siguientes posiciones calculadas se guardan cada una en su respectivo arreglo. Cuando este ciclo termina, se llega al final de la función, la cual regresa los arreglos de posiciones y velocidades.

Ya fuera, se llama a la función para que cree los arreglos de velocidades y posiciones para los tres objetos, recibiendo los valores de b y masa correspondientes. Los arreglos de posiciones se guardan en un arreglo de numpy.

Después, utilizando la librería matplotlib se crea una figura y la variable eje “ax” con la función subplot, para cada objeto se crea una línea, cada una será el eje de la figura creada al cual se le agregan los arreglos de posiciones en ***x*** y ***y***.

Luego se agregan condiciones para encontrar que tiro llega más lejos en ***x*** para poder graficar todos los tiros con su rango completo. Se encuentra la altura máxima de cualquier gráfica para que los ejes de la figura se ajusten. Se actualizan las gráficas desde el punto inicial hasta el punto final. Se utiliza la librería animation para que se muestre la trayectoria de las gráficas. Se aplica diseño a la gráfica.

Se calcula la rapidez final con las componentes finales de la velocidad, se muestran los valores finales en consola y finalmente se muestra la gráfica generada.

# **Conclusión**

Carlos González: De esta actividad aprendí mucho, desde cómo los videojuegos se van convirtiendo en una herramienta educacional hasta las situaciones que se presentan en una erupción volcánica. Me gustó lo que vimos de métodos numéricos al poder pasar algo que nos parece muy sencillo a una computadora. Me hubiera gustado aprender a programar en Matlab con suficiente nivel como para escribir mi simulación en ese lenguaje.

Rafael Muñoz: Mientras se trabajaba en el desarrollo de esta actividad me di cuenta de la complejidad de utilizar programas como Matlab por primera vez, sin embargo, también pude comprender que existe un gran número de aplicaciones para éste y otros programas similares. Me gustaría aprender a utilizarlo de manera más avanzada, pero no en un periodo tan corto, como en el caso de esta actividad.

Me gustó darme cuenta de que Matlab te permite hacer mucho más que realizar cálculos matemáticos, que es la idea que yo tenía. Aunque finalmente terminamos realizando el trabajo con Python, exploramos la posibilidad de utilizar Matlab en un inicio. No me agradó que el lenguaje de Matlab fuera distinto a Python y que estemos aprendiendo ambos al mismo tiempo, pues es complicado en estos primeros meses programando.

Aralí Mata: Durante la elaboración de esta actividad aprendí algunas cosas nuevas, una de ellas fue que Python es un lenguaje con el cual es muy fácil e intuitivo trabajar, a diferencia de otros lenguajes, también me di cuenta de que Matlab es bastante útil al momento de trabajar con arreglos por lo que quiero aprenderlo más a profundidad debido a que lo visto en estas semanas sólo fue superficial. Aprendí que existen muchas herramientas que te ayudan a graficar y animar una simulación. Esta actividad me ayudó bastante para reafirmar los aprendizajes de métodos numéricos y tiro parabólico vistos en clase.